

TÀI LIỆU ÔN TẬP GIỮA HỌC KỲ I  
MÔN TOÁN LỚP 10  
BỘ: KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

Chương I: Mệnh đề và tập hợp

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

I. MỆNH ĐỀ

1. Mệnh đề, mệnh đề chứa biến

a) Mệnh đề

- Mệnh đề là một câu khẳng định có tính đúng hoặc sai.
- Mỗi mệnh đề phải hoặc đúng hoặc sai. Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.
- Những câu nghi vấn, câu cảm thán, câu cầu khiến không phải mệnh đề.

b) Mệnh đề chứa biến

- Mệnh đề chứa biến là một khẳng định chứa một hoặc nhiều biến thay đổi.
- Tính đúng sai của mệnh đề phụ thuộc vào giá trị cụ thể của các biến.
- Mệnh đề chứa biến là mệnh đề nếu ta cho các biến đó những giá trị nhất định.

2. Mệnh đề phủ định

- Phủ định của mệnh đề  $P$  là mệnh đề  $\bar{P}$ : “Không phải  $P$ ”.
- $P$  đúng thì  $\bar{P}$  sai.
- $P$  sai thì  $\bar{P}$  đúng.

3. Mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo

- Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ : “Nếu  $P$  thì  $Q$ ” là mệnh đề kéo theo.
- $P \Rightarrow Q$  sai khi  $P$  đúng,  $Q$  sai và đúng trong các trường hợp còn lại.
- Các định lý toán học thường là những mệnh đề đúng và thường được phát biểu ở dạng mệnh đề kéo theo  $P \Rightarrow Q$ , khi đó:
  - +  $P$  là giả thiết của định lý;
  - +  $Q$  là kết luận của định lý.
- Với mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  thì:

- + P là điều kiện đủ để có Q;
- + Q là điều kiện cần để có P.

- $Q \Rightarrow P$  là mệnh đề đảo của  $P \Rightarrow Q$ .

#### 4. Mệnh đề tương đương

- Nếu  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  đều đúng thì P và Q là hai mệnh đề tương đương, kí hiệu  $P \Leftrightarrow Q$ .

#### 5. Mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall, \exists$

- Mệnh đề  $\forall x \in X, P(x)$ : “Với mọi  $x \in X$  thì  $P(x)$  đúng”.
- Mệnh đề  $\exists x \in X, P(x)$ : “Tồn tại  $x \in X$  để  $P(x)$  đúng”.
- $A = \forall x \in X, P(x) \Rightarrow \bar{A} = \exists x \in X, \overline{P(x)}$ .
- $A = \exists x \in X, P(x) \Rightarrow \bar{A} = \forall x \in X, \overline{P(x)}$ .

## II. TẬP HỢP VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

### 1. Các khái niệm cơ bản về tập hợp

#### a) Tập hợp

- Các đối tượng có chung một hay nhiều tính chất quy tụ lại thành một tập hợp, mỗi đối tượng là một phần tử.
- Mỗi tập hợp được xác định bởi:
  - + Cách liệt kê:  $A = \{a_1; a_2; a_3; \dots\}$ ;
  - + Cách nêu tính chất đặc trưng:  $A = \{x \in X | P(x)\}$ .
- Tập hợp rỗng  $\emptyset$  là tập hợp không có phần tử nào.
- Một tập hợp có thể không có phần tử nào, cũng có thể có một phần tử, có nhiều phần tử, có vô số phần tử.

#### b) Tập hợp con

- Tập con:  $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in B)$ .
- Tập  $\emptyset$  là tập con của mọi tập hợp.

#### c) Hai tập hợp bằng nhau

- Tập hợp bằng nhau:  $A = B \Leftrightarrow A \subset B$  và  $B \subset A \Leftrightarrow (\forall x \in A \Leftrightarrow x \in B)$ .

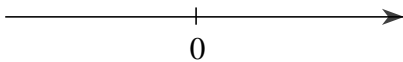
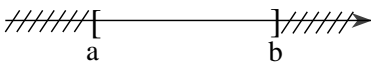


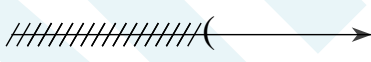

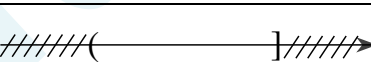
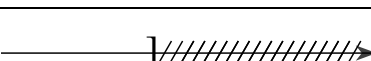
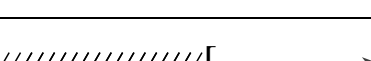
### 2. Các tập hợp số

#### a) Mối quan hệ giữa các tập hợp số

Quan hệ giữa các tập hợp số:  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ .

#### b) Các tập hợp con thường dùng của tập hợp số thực



Tập hợp	Tên gọi, kí hiệu	Biểu diễn trên trục số (phần không bị gạch chéo)
$\mathbb{R}$	Tập số thực $(-\infty; +\infty)$	
$\{x \in \mathbb{R}   a \leq x \leq b\}$	Đoạn $[a; b]$	
$\{x \in \mathbb{R}   a < x < b\}$	Khoảng $(a; b)$	
$\{x \in \mathbb{R}   x < a\}$	Khoảng $(-\infty; a)$	
$\{x \in \mathbb{R}   x > a\}$	Khoảng $(a; +\infty)$	
$\{x \in \mathbb{R}   a \leq x < b\}$	Nửa khoảng $[a; b)$	
$\{x \in \mathbb{R}   a < x \leq b\}$	Nửa khoảng $(a; b]$	
$\{x \in \mathbb{R}   x \leq a\}$	Nửa khoảng $(-\infty; a]$	
$\{x \in \mathbb{R}   x \geq a\}$	Nửa khoảng $[a; +\infty)$	

### 3. Các phép toán trên tập hợp

#### a) Giao của hai tập hợp

- Giao hai tập hợp:  $A \cap B = \{x | x \in A \text{ và } x \in B\}$ .

#### b) Hợp của hai tập hợp

- Hợp hai tập hợp:  $A \cup B = \{x | x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$ .

#### c) Hiệu của hai tập hợp

- Hiệu hai tập hợp:  $A \setminus B = \{x | x \in A, x \notin B\}$ .
- Phần bù của tập hợp:  $C_A B = A \setminus B = \{x | x \in A, x \notin B\}$  với  $B \subset A$ .

## B MỘT SỐ DẠNG BÀI THƯỜNG GẶP

### Dạng 1. Xác định mệnh đề, tính đúng/sai của mệnh đề

#### Phương pháp giải:

- + Mệnh đề là một câu khẳng định đúng hoặc sai.
- + Mệnh đề: xác định giá trị (Đ) hoặc (S) của mệnh đề đó.
- + Mệnh đề chứa biến  $P(x)$ : Tìm tập hợp D của các biến x để  $P(x)$  (Đ) hoặc (S).
- + Mệnh đề phủ định  $\bar{P}$  sai khi P đúng và ngược lại.
- + Mệnh đề kéo theo  $P \Rightarrow Q$  chỉ sai khi P đúng, Q sai
- + Mệnh đề tương đương  $P \Leftrightarrow Q$  đúng khi  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  đều đúng. Hay khi P và Q đều đúng hoặc P và Q đều sai.

#### Ví dụ 1

Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

- 4 là số chính phương.
- Trời lạnh.
- Phương trình  $x^2 - 1 = 0$  vô nghiệm.
- Hàm số  $y = 2x$  luôn đi qua gốc tọa độ.
- Bữa trưa hôm nay thật tuyệt!
- Còn bao nhiêu phút nữa thì tới nơi?
- Malaysia là nước duy nhất có hai thủ đô.
- Có vô số đường thẳng đi qua 2 điểm phân biệt.
- Everest là đỉnh núi cao nhất thế giới.
- Bạn cảm được lọ hoa đẹp quá!

**Phân tích:** Các câu cảm thán, câu hỏi, câu không xác định được tính đúng/sai không là mệnh đề. Các câu khẳng định đúng hoặc sai là mệnh đề.

#### Lời giải:

Các câu là mệnh đề là: a, c, d, g, h, i.

#### Ví dụ 2

Xác định tính đúng/sai của các mệnh đề sau:



- a.  $2k (k \in \mathbb{N})$  là số chẵn.  
 b. Nếu một số tự nhiên chia hết cho 15 thì chia hết cho cả 3 và 5.  
 c.  $\forall x \in \mathbb{N} : x^3 > 0$   
 d.  $\exists x, y > 0 : \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$   
 e. Tứ giác nội tiếp trong đường tròn khi và chỉ khi có 2 góc đối bù nhau.  
 f. Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.  
 g. Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.  
 h. Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.  
 i. Tích của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

**Phân tích:** Để xác định một mệnh đề là sai, học sinh cần chỉ ra 1 trường hợp sai của mệnh đề.

**Lời giải:**

Mệnh đề	Tính đúng/sai
a. $2k (k \in \mathbb{N})$ là số chẵn.	Đúng
b. Nếu một số tự nhiên chia hết cho 15 thì chia hết cho cả 3 và 5.	Đúng
c. $\forall x \in \mathbb{N} : x^3 > 0$	Sai vì với $x=0$ thì $x^3 = 0$
d. $\exists x, y > 0 : \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$	Đúng vì theo bất đẳng thức Cô-si ta có: $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x}} = 2.$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{x} \Leftrightarrow x = y = 1$
e. Tứ giác nội tiếp trong đường tròn khi và chỉ khi có 2 góc đối bù nhau.	Đúng
f. Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.	Sai vì với $1+3=4$ là số chẵn nhưng 1,3 là số lẻ.
g. Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.	Sai vì $2.3=6$ là số chẵn nhưng 3 là số lẻ.
h. Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.	Sai vì $1+3=4$ là số chẵn nhưng 1,3 là số lẻ.
i. Tích của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.	Đúng

**Ví dụ 3**

Xét các phát biểu sau:

$\forall x \in \mathbb{R} : x^2 = 2.$

$\pi > 3,12.$

$\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0.$

$$\exists x, y \in \mathbb{R} : x^y = 5.$$

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Lời giải:**

$$\forall x \in \mathbb{R} : x^2 = 2 \text{ sai vì } x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}.$$

$$\pi > 3,12 \text{ đúng vì } \pi \approx 3,14.$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0 \text{ đúng.}$$

$$\exists x, y \in \mathbb{R} : x^y = 5 \text{ đúng vì với } x = \sqrt{5}; y = 2 \text{ thì } x^y = 5.$$

**Chọn đáp án C.**

**Ví dụ 4**

Cho mệnh đề: “Nếu  $x$  chia hết cho 4 và 6 thì  $x$  chia hết cho 12”. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. Điều kiện đủ để  $x$  chia hết cho 12 là  $x$  chia hết cho 4 và 6.

B. Điều kiện cần để  $x$  chia hết cho 12 là  $x$  chia hết cho 4 và 6.

C.  $x$  chia hết cho 12 suy ra  $x$  không chia hết cho 4 và 6.

D.  $x$  chia hết cho 4 suy ra  $x$  chia hết cho 12.

**Lời giải:**

Mệnh đề đúng là: Điều kiện đủ để  $x$  chia hết cho 12 là  $x$  chia hết cho 4 và 6.

**Chọn đáp án A.**

**Ví dụ 5**

Cho mệnh đề chứa biến  $P(x)$ : " $x + 15 \leq x^2$ " với  $x$  là số thực. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A.  $P(0)$ .

B.  $P(3)$ .

C.  $P(4)$ .

D.  $P(5)$ .

**Lời giải:**

Ta có:

$$+, P(0): "15 \leq 0 \text{ là mệnh đề sai.}"$$

$$+, P(3): "18 \leq 9 \text{ là mệnh đề sai.}"$$

$$+, P(4): "19 \leq 16 \text{ là mệnh đề sai.}"$$

$$+, P(5): "20 \leq 25 \text{ là mệnh đề đúng.}"$$

**Chọn đáp án D.**

**Ví dụ 6**

Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

A. Tứ giác ABCD là hình chữ nhật khi và chỉ khi ABCD có ba góc vuông.

B. Tứ giác ABCD là hình bình hành khi và chỉ khi ABCD có hai cạnh đối song song và bằng nhau.

C. Tứ giác ABCD là hình thoi khi và chỉ khi ABCD có hai đường chéo vuông góc với nhau tại trung điểm mỗi đường.

D. Tứ giác ABCD là hình vuông khi và chỉ khi ABCD có bốn góc vuông.

**Lời giải:**

“Tứ giác ABCD là hình vuông khi và chỉ khi ABCD có bốn góc vuông” là một mệnh đề tương đương sai vì hình chữ nhật vẫn có bốn góc vuông nhưng không phải là hình vuông.

Chọn đáp án D.

**Ví dụ 7**

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có **mệnh đề đảo** là sai?

- A. Tam giác cân có hai cạnh bằng nhau.
- B.  $x$  chia hết cho 6 thì  $x$  chia hết cho 2 và 3.
- C. ABCD là hình bình hành thì AB song song với CD.
- D. ABCD là hình chữ nhật thì  $A = B = C = 90^\circ$ .

**Lời giải:**

Mệnh đề	Mệnh đề đảo
Tam giác cân có hai cạnh bằng nhau.	Tam giác có hai cạnh bằng nhau là tam giác cân. (Đ)
$x$ chia hết cho 6 thì $x$ chia hết cho 2 và 3.	$x$ chia hết cho 2 và 3 thì $x$ chia hết cho 6. (Đ)
ABCD là hình bình hành thì AB song song với CD.	AB song song với CD thì ABCD là hình bình hành. (S)
ABCD là hình chữ nhật thì $A = B = C = 90^\circ$ .	$A = B = C = 90^\circ$ thì ABCD là hình chữ nhật

**Ví dụ 8**

Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 3$ " khẳng định rằng:

- A. Bình phương của mỗi số thực bằng 3.
- B. Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3.
- C. Chỉ có một số thực có bình phương bằng 3.
- D. Nếu  $x$  là số thực thì  $x^2 = 3$ .

**Lời giải:**

Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3.

Chọn đáp án C.

Chọn đáp án B.

## Dạng 2. Xác định/phát biểu mệnh đề: phủ định, kéo theo, tương đương,...

### Phương pháp giải:

#### 1. Mệnh đề phủ định

Mệnh đề phủ định của P là "Không phải P".

Mệnh đề phủ định của " $\forall x \in X, P(x)$ " là: " $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ ".

Mệnh đề phủ định của " $\exists x \in X, P(x)$ " là: " $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ ".

#### 2. Mệnh đề kéo theo

Mệnh đề:  $P \Rightarrow Q$ . Khi đó: P là giả thiết, Q là kết luận.

Hoặc P là điều kiện đủ để có Q, hoặc Q là điều kiện cần để có P.

#### 3. Mệnh đề đảo

Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ .

#### 4. Mệnh đề tương đương

Mệnh đề:  $P \Leftrightarrow Q$ . Khi đó: P tương đương với Q.

Hoặc P là điều kiện cần và đủ để có Q, hoặc P khi và chỉ khi Q.

### Ví dụ 1

Cho mệnh đề “Phương trình  $x^2 - 4x + 4 = 0$  có nghiệm”. Mệnh đề phủ định của mệnh đề đã cho là mệnh đề nào sau đây?

- A. Phương trình  $x^2 - 4x + 4 \neq 0$  có nghiệm.
- B. Phương trình  $x^2 - 4x + 4 = 0$  có vô số nghiệm.
- C. Phương trình  $x^2 - 4x + 4 = 0$  có hai nghiệm phân biệt.
- D. Phương trình  $x^2 - 4x + 4 = 0$  vô nghiệm.

**Phân tích:** Phủ định của “có” là “không có”.

### Lời giải:

Mệnh đề phủ định “Phương trình  $x^2 - 4x + 4 = 0$  không có nghiệm” hay “Phương trình  $x^2 - 4x + 4 = 0$  vô nghiệm”.

**Chọn đáp án D.**

### Ví dụ 2

Cho mệnh đề: “Nếu 2 góc ở vị trí so le trong thì hai góc đó bằng nhau”. Trong các mệnh đề sau đây, đâu là mệnh đề đảo của mệnh đề trên?

- A. Nếu 2 góc bằng nhau thì hai góc đó ở vị trí so le trong.





- B. Nếu 2 góc không ở vị trí so le trong thì hai góc đó không bằng nhau.
- C. Nếu 2 góc không bằng nhau thì hai góc đó không ở vị trí so le trong.
- D. Nếu 2 góc ở vị trí so le trong thì hai góc đó không bằng nhau.

**Phân tích:** Mệnh đề đã cho là mệnh đề dạng  $P \Rightarrow Q$ . Xác định đâu là mệnh đề P, đâu là mệnh đề Q. Từ đó suy ra mệnh đề đảo  $Q \Rightarrow P$ .

**Lời giải:**

Mệnh đề đảo là: Nếu 2 góc bằng nhau thì hai góc đó ở vị trí so le trong.

**Chọn đáp án A.**

**Ví dụ 3** Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ " là

- A. " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2$ ".
- B. " $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ".
- C. " $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ".
- D. " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \geq 1$ ".

**Phân tích:** Phủ định của  $\exists$  là  $\forall$ . Phủ định của  $=$  là  $\neq$ .

**Lời giải:**

Phủ định của mệnh đề là: " $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ "

**Chọn đáp án C.**

**Ví dụ 4** Cho hai mệnh đề sau:

P: "Hai tam giác bằng nhau".

Q: "Hai tam giác đồng dạng".

Phát biểu nào sau đây là mệnh đề tương đương?

- A. Nếu hai tam giác bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng.
- B. Điều kiện cần để hai tam giác bằng nhau là hai tam giác đó đồng dạng.
- C. Điều kiện đủ để hai tam giác đồng dạng là hai tam giác đó bằng nhau.
- D. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần và đủ để hai tam giác đó đồng dạng.

**Lời giải:**

Mệnh đề tương đương là: Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần và đủ để hai tam giác đó đồng dạng.

**Chọn đáp án D.**

### Dạng 3. Xác định tập hợp, tập hợp con. Phần tử của tập hợp

**Phương pháp giải:**

1. Tập hợp

- Liệt kê các phần tử của nó.
- Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó.

2. Tập hợp con

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x: x \in A \Rightarrow x \in B.$$

$$A \not\subset B \Leftrightarrow \exists x: x \in A \Rightarrow x \notin B.$$

Số tập hợp con của tập hợp gồm  $n$  phần tử là  $2^n$ .

**Ví dụ 1**

Liệt kê các phần tử của các tập hợp sau:

- a. Tập  $A$  gồm các số tự nhiên chia hết cho 3 và nhỏ hơn 25.
- b.  $B = \{n \in \mathbb{N} \mid (n-1)(n+2) \leq 15\}$
- c.  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x+1)(3x^2 - 10x + 3) = 0\}$
- d.  $D = \{2k+1 \mid k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2\}$

**Lời giải:**

a. Cách 1:  $A = \{0; 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24\}$ .

Cách 2: Tập hợp  $A$  gồm các số tự nhiên là bội của 3 và nhỏ hơn 25.

b. Ta có:  $(n-1)(n+2) \leq 15 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \in \{0; 1; 2; 3\}$ .

Vậy  $B = \{0; 1; 2; 3\}$ .

c. Ta có:  $(x+1)(3x^2 - 10x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ 3x^2 - 10x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$ .

Mà  $x \in \mathbb{Z}$  nên  $C = \{-1; 3\}$ .

d. Ta có:  $k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2 \Rightarrow k \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ .

Vậy  $D = \{-3; -1; 1; 3; 5\}$ .

**Ví dụ 2**

Cho tập hợp  $A = \{-2; 1; 6; 13; \dots\}$ . Hãy viết tập  $A$  dạng chỉ ra tính chất đặc trưng của tập hợp.

**Lời giải:**

Ta có:  $A = \{n^2 - 3 \mid n \in \mathbb{N}^*\}$  hoặc  $A = \{n^2 + 2n - 2 \mid n \in \mathbb{N}\}$

**Ví dụ 3**

Cho các tập hợp  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 3\}$  Hãy viết lại các tập hợp  $B$  dưới kí hiệu khoảng, nửa khoảng, đoạn.

A.  $B = (-3; 3]$ .

B.  $B = [-3; 3)$ .

C.  $B = (-\infty; 3]$ .

D.  $B = [-3; 3]$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $|x| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3 \Rightarrow B = [-3; 3]$

**Chọn đáp án D.**

**Ví dụ 4**

Cho tập  $X = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 - 9) \cdot [x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}] = 0\}$ . Hỏi tập  $X$  có bao nhiêu phần tử?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Phân tích:** Để xác định số phần tử của tập hợp, học sinh cần giải phương trình tích, xác định nghiệm của phương trình thỏa mãn  $x \in \mathbb{Z}$ . Từ đó, xác định số phần tử của tập hợp  $X$ .

**Lời giải:**

$$\text{Ta có: } (x^2 - 9) \cdot [x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 9 = 0 \\ x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ x = 1 \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$$

Mà  $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow X = \{-3; 1; 3\}$ . Vậy tập hợp  $X$  có 3 phần tử.

**Chọn đáp án C.**

**Ví dụ 5**

Trong các tập hợp sau, tập nào có đúng hai tập hợp con ?

A.  $\{x; y\}$ .

B.  $\{x\}$ .

C.  $\{x; y; z\}$ .

D.  $\{a; x; y\}$ .

**Phân tích:** Áp dụng công thức tính số tập hợp con của tập hợp có  $n$  phần tử là  $2^n$ . Từ yêu cầu bài toán tìm  $n$  hoặc từ các tập hợp đã cho tìm số tập hợp con của mỗi tập hợp.

**Lời giải:**

Để tập hợp cần tìm có hai tập hợp con thì  $2^n = 2 \Leftrightarrow n = 1$ . Vậy tập hợp cần tìm chỉ có 1 phần tử.

**Chọn đáp án B.**

**Ví dụ 6**

Cho hai tập hợp  $A = \{1; 2; 3\}$  và  $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ . Có tất cả bao nhiêu tập  $X$  thỏa mãn  $A \subset X \subset B$ ?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 8.

**Lời giải:**

Vì  $A \subset X$  nên  $X$  chắc chắn có các phần tử  $\{1; 2; 3\}$ .

Vì  $X \subset B$  nên  $X$  có thể có các phần tử  $\{4;5\}$ .

Vậy  $X$  có thể là các tập hợp sau:  $\{1;2;3\};\{1;2;3;4\};\{1;2;3;5\};\{1;2;3;4;5\}$ .

Chọn đáp án A.

**Ví dụ 7**

Cho các tập hợp sau:

$$M = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là bội số của } 2\}.$$

$$N = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là bội số của } 6\}.$$

$$P = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước số của } 2\}.$$

$$Q = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước số của } 6\}.$$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $M \subset N$ .

B.  $N \subset M$ .

C.  $P = Q$ .

D.  $Q \subset P$ .

**Phân tích:** Liệt kê các phần tử của tập hợp. Từ đó xác định mối liên hệ giữa các tập hợp.

**Lời giải:**

Ta có:

$$M = \{2;4;6;8;10;\dots\}$$

$$N = \{6;12;18;24;\dots\}$$

$$P = \{1;2\}$$

$$Q = \{1;2;3;6\}$$

$$\Rightarrow N \subset M; P \subset Q.$$

Chọn đáp án B.

## Dạng 4. Các phép toán trên tập hợp

### Phương pháp giải:

1. Đối với các tập hợp có phần tử liên tục, để thực hiện các phép toán trên tập hợp ta làm như sau:

**Bước 1:** Viết các tập hợp dưới dạng khoảng/đoạn/nửa khoảng.

**Bước 2:** Vẽ các trục số thể hiện các tập hợp (chú ý các vị trí số giống nhau phải thẳng hàng nhau)

**Bước 3:**

- Tìm giao: lấy các phần không bị gạch bỏ ở tất cả các trục số.
- Tìm hợp: lấy các phần mà nó không bị gạch bỏ ở ít nhất một trục số.
- Tìm hiệu  $A \setminus B$ : lấy phần ở tập  $A$  và gạch bỏ các phần của tập  $B$ .
- Tìm phần bù  $C_A B$ : lấy phần ở tập  $A$  và gạch bỏ các phần của tập  $B$ .

**Bước 4:** Dựa vào hình vẽ để kết luận.

2. Đối với bài toán tìm tham số để thỏa mãn kết quả của phép toán trên tập hợp, ta cũng tiến hành vẽ trục số và suy luận dựa trên hình ảnh.

### Ví dụ 1

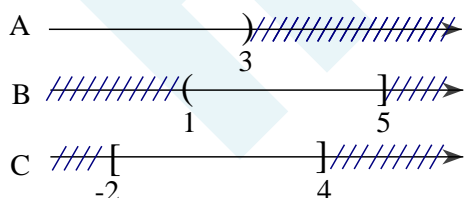
Cho các tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{R} | x < 3\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} | 1 < x \leq 5\}$ ,  $C = \{x \in \mathbb{R} | -2 \leq x \leq 4\}$   
 Tìm  $A \cup B$ ;  $A \cap B$ ;  $A \setminus B$  và  $(B \cup C) \setminus (A \cap C)$ .

**Phân tích:** Các tập hợp đã cho có các phần tử liên tục nên bước đầu tiên ta cần viết lại các phần tử ở dạng đoạn/khoảng/nửa khoảng sau đó biểu diễn thành các trục số, xác định phép toán tập hợp cần thực hiện để thực hiện gạch bỏ các phần không thỏa mãn và cuối cùng là kết luận.

### Lời giải:

Ta có  $A = (-\infty; 3)$ ,  $B = (1; 5]$ ,  $C = [-2; 4]$ .

Biểu diễn các tập hợp trên trục số như sau:



+ Tìm  $A \cup B$ : bỏ đi phần cùng bị gạch ở cả  $A$  và  $B$ , tức là bỏ đi phần lớn hơn số 5. Vậy phần còn lại từ  $-\infty$  cho đến hết số 5 là hợp của  $A$  và  $B \Rightarrow A \cup B = (-\infty; 5]$ .

+ Tìm  $A \cap B$ : bỏ đi các phần bị gạch ở A và các phần bị gạch ở B, tức là bỏ đi phần từ  $-\infty$  cho đến hết số 1 và phần từ số 3 đến  $+\infty$ . Vậy phần còn lại từ lớn hơn số 1 đến nhỏ hơn số 3 là giao của A và B  $\Rightarrow A \cap B = (1;3)$

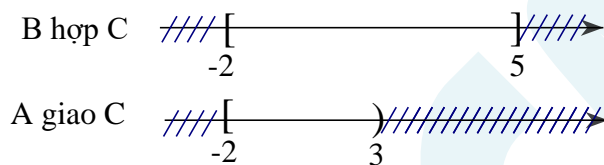
+ Tìm  $A \setminus B$ : phần nào của B thì gạch bỏ trên A, tức là bỏ đi phần từ sau số 1 đến hết số 5. Vậy phần còn lại trên A từ  $-\infty$  đến hết số 1 là hiệu của A và B  $\Rightarrow A \setminus B = (-\infty;1]$

+ Tìm  $(B \cup C) \setminus (A \cap C)$ :

Bước 1: Tìm  $B \cup C$ : bỏ đi phần cùng bị gạch ở cả B và C, tức là bỏ đi phần từ  $-\infty$  đến trước số  $-2$  và phần từ sau số 5 đến  $+\infty$ . Vậy phần còn lại từ số  $-2$  đến hết số 5 là hợp của B và C.

Bước 2: Tìm  $A \cap C$ : bỏ đi các phần bị gạch ở A và các phần bị gạch ở C, tức là bỏ đi phần từ  $-\infty$  đến trước số  $-2$  và phần từ số 3 đến  $+\infty$ . Vậy phần còn lại từ số  $-2$  đến trước số 3 là giao của A và C.

Bước 3: Vẽ các trục số biểu diễn  $B \cup C = [-2;5]$  và  $A \cap C = [-2;3)$



Bước 4: Tìm  $(B \cup C) \setminus (A \cap C)$ : phần nào của  $A \cap C$  thì gạch bỏ trên  $B \cup C$ , tức là bỏ từ số  $-2$  đến trước số 3. Vậy phần còn lại từ số 3 đến hết số 5 là hiệu của  $B \cup C$  và  $A \cap C$

$$\Rightarrow (B \cup C) \setminus (A \cap C) = [3;5]$$

**Chú ý:** Khi làm bài các em không cần diễn giải như trên, chỉ cần viết tập hợp, vẽ trục số và kết luận. Đặc biệt cần chú ý về kí hiệu ngoặc nhọn (không lấy giá trị) và ngoặc vuông (lấy giá trị).

**Ví dụ 2**

Cho  $A = \{x \in \mathbb{R} | x + 2 \geq 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} | 5 - x \geq 0\}$ . Số các số nguyên thuộc cả hai tập A và B là.

A. 6.

B. 8.

C. 5.

D. 3.

**Lời giải:**

$$\text{Ta có } A = \{x \in \mathbb{R} | x + 2 \geq 0\} \Rightarrow A = [-2; +\infty)$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} | 5 - x \geq 0\} \Rightarrow B = (-\infty; 5].$$

$\Rightarrow A \cap B = [-2; 5]$ . Vậy có 8 số nguyên thuộc cả hai tập A và B.

**Chọn đáp án B.**

**Ví dụ 3**

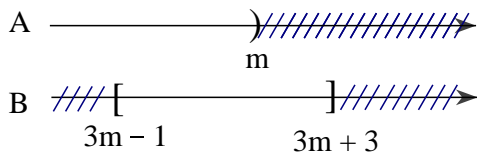
Cho các tập hợp  $A = (-\infty; m)$  và  $B = [3m - 1; 3m + 3]$ . Tìm  $m$  để:

- a)  $B \subset A$
- b)  $C_{\mathbb{R}}A \cap B \neq \emptyset$

**Phân tích:** Bước đầu tiên ta cần vẽ hình biểu diễn của  $A$  và  $B$  lên trục số. Do  $m$  là số chưa biết nên chỉ cần chọn 1 điểm bất kì để thử vẽ, nếu thấy không hợp lý có thể vẽ lại (di chuyển các điểm chứa tham số sang bên trái hoặc sang bên phải các vị trí số khác) hoặc nhìn từ hình vẽ ban đầu để suy luận.

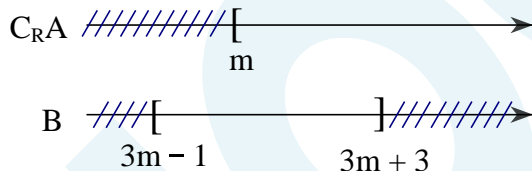
**Lời giải:**

a) Ta có thể vẽ trục số như sau:



Theo hình vẽ trên ta thấy để  $B \subset A$  thì  $3m + 3 < m \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}$  ( $3m + 3$  không thể bằng  $m$  do  $m \notin A$ )

b) Ta có:  $C_{\mathbb{R}}A = [m; +\infty)$ . Ta có thể vẽ trục số như sau:



Từ hình vẽ ta thấy để  $C_{\mathbb{R}}A \cap B \neq \emptyset$  thì  $m \leq 3m + 3 \Leftrightarrow m \geq -\frac{3}{2}$  (nếu  $m > 3m + 3$  thì  $C_{\mathbb{R}}A \cap B = \emptyset$ ).

## Dạng 5. Bài toán thực tế

### Phương pháp giải:

Bước 1: Chuyển bài toán về ngôn ngữ tập hợp.

Bước 2: Sử dụng sơ đồ Ven để minh họa các tập hợp.

Bước 3: Dựa vào sơ đồ Ven ta thiết lập được đẳng thức hoặc phương trình, hệ phương trình, từ đó tìm được kết quả bài toán.

### Ví dụ 1

Trong số 45 học sinh của lớp 10A có 15 bạn xếp học lực giỏi, 20 bạn xếp loại hạnh kiểm tốt, trong đó có 10 bạn vừa có hạnh kiểm tốt, vừa có học lực giỏi. Hỏi:

a. Lớp 10 A có bao nhiêu bạn được khen thưởng, biết rằng muốn được khen thưởng bạn đó phải có học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt?

b. Lớp 10A có bao nhiêu bạn chưa được xếp loại học lực giỏi và chưa có hạnh kiểm tốt?

**Phân tích:** Gọi A là tập hợp các học sinh xếp học lực giỏi, B là tập hợp các học sinh xếp loại hạnh kiểm tốt thì  $A \cap B$  là tập hợp các học sinh vừa có hạnh kiểm tốt, vừa có học lực giỏi.

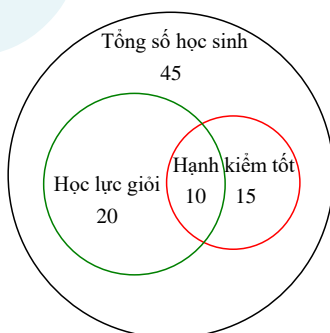
Biểu diễn các tập hợp thông qua sơ đồ Ven. Từ đó, trả lời các yêu cầu của bài toán.

a. Số học sinh được khen thưởng bằng tổng số học sinh chỉ có học lực giỏi, số học sinh chỉ có hạnh kiểm tốt và số học sinh có học lực giỏi và hạnh kiểm tốt.

b. Số học sinh chưa được xếp loại học lực giỏi và chưa có hạnh kiểm tốt bằng tổng số học sinh trừ đi số học sinh có học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt.

### Lời giải:

Ta có sơ đồ Ven như hình vẽ phía dưới:



a. Số học sinh lớp 10A có xếp loại học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt là:

$$15 + 20 - 10 = 25 \text{ (học sinh)}$$

Vậy có 25 học sinh được khen thưởng.

b. **Cách 1.** Số học sinh chưa được xếp loại học lực giỏi và chưa có hạnh kiểm tốt là:



$$45 - 25 = 20 \text{ (học sinh)}$$

**Cách 2.** Số học sinh có xếp loại học lực giỏi và chưa có hạnh kiểm tốt là:

$$20 - 10 = 10 \text{ (học sinh)}$$

Số học sinh có xếp loại học hạnh kiểm tốt và không xếp loại học lực giỏi là:

$$15 - 10 = 5 \text{ (học sinh)}$$

Số học sinh chưa được xếp loại học lực giỏi và chưa có hạnh kiểm tốt là:

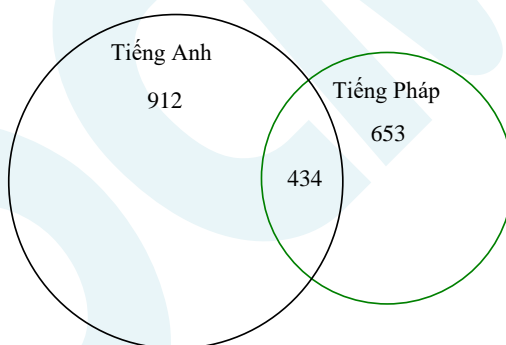
$$45 - 10 - 10 - 5 = 20 \text{ (học sinh)}$$

Vậy có 20 học sinh chưa được xếp loại học lực giỏi và chưa có hạnh kiểm tốt.

**Ví dụ 2**

Trong một cuộc hội nghị khách hàng của công ty K, số khách hàng có thể nói được tiếng Anh là 912 người, có thể nói được tiếng Pháp 653 người; số khách hàng nói được cả hai ngoại ngữ tiếng Anh và Pháp là 434 người; không có ai nói ba ngoại ngữ trở lên. Hỏi có bao nhiêu người dự hội nghị?

**Lời giải:**



Dựa vào sơ đồ trên, số người dự hội nghị là

$$912 + 653 - 434 = 1131 \text{ (người)}$$

Vậy có 1131 người tham gia hội nghị.

## Chương II: Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

### A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

#### I. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

##### 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- Bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  là bất phương trình có một trong các dạng sau:

$$ax + by < c, ax + by > c, ax + by \geq c, ax + by \leq c,$$

trong đó  $a, b, c$  là những số thực cho trước với  $a, b$  không đồng thời bằng 0;  $x$  và  $y$  là các ẩn.

- Mỗi cặp số  $(x_0; y_0)$  sao cho  $ax_0 + by_0 < c$  là một nghiệm của bất phương trình  $ax + by < c$ .
- Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của một bất phương trình được gọi là miền nghiệm của bất phương trình đó.

##### 2. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- Cách biểu diễn miền nghiệm của  $ax + by + c < 0$  ( $a^2 + b^2 \neq 0$ ) (\*)

Bước 1: Vẽ đường thẳng  $(d): ax + by + c = 0$  trên mặt phẳng tọa độ.

Bước 2: Lấy điểm  $M(x_0; y_0) \notin d$

+  $ax_0 + by_0 + c < 0 \Rightarrow$  nửa mặt phẳng (không kể bờ  $(d)$ ) chứa điểm  $M$  là miền nghiệm của (\*).

+  $ax_0 + by_0 + c > 0 \Rightarrow$  nửa mặt phẳng (không kể bờ  $(d)$ ) không chứa điểm  $M$  là miền nghiệm của (\*).

**Chú ý:** Đối với bất phương trình  $ax + by + c \leq 0$  ( $a^2 + b^2 \neq 0$ ) thì cách xác định miền nghiệm cũng tương tự, nhưng miền nghiệm là nửa mặt phẳng kể cả bờ.

#### II. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

##### 1. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  là một hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$ . Mỗi nghiệm chung của các bất phương trình trong hệ được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đó.

## 2. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- Cách biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

+ Trong cùng mặt phẳng tọa độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm của nó.

+ Phần không bị gạch là miền nghiệm cần tìm.

### B MỘT SỐ DẠNG BÀI THƯỜNG GẶP

#### Dạng 1. Xác định bất phương trình/hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

##### Phương pháp giải:

+ Bất phương trình bậc nhất hai ẩn là bất phương trình biến đổi về được một trong các dạng

$$ax+by < c, ax+by > c, ax+by \geq c, ax+by \leq c$$

trong đó  $a$  và  $b$  là hai số không đồng thời bằng 0.

+ Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn bao gồm các bất phương trình bậc nhất hai ẩn

**Chú ý:** Tổng số ẩn của các bất phương trình trong hệ không vượt quá 2.

**Ví dụ 1** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.  $x^2 + y < 1$ .      B.  $x + y + z \leq 1$ .      C.  $12x - y - 1 \geq 0$ .      D.  $xy < 4$ .

##### Lời giải:

Ta có:

- +)  $x^2 + y < 1$  không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì bậc của  $x$  là 2.
- +)  $x + y + z \leq 1$  không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì có 3 ẩn là  $x, y, z$ .
- +)  $xy < 4$  không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì không có dạng  $ax + by < c$ .
- +)  $12x - y - 1 \geq 0 \Leftrightarrow 12x - y > 1$  là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

**Chọn đáp án C.**

**Ví dụ 2**

Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A.  $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x^2 - y < 0 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x + y + 3z \leq 1 \\ z \geq 1 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} 12x - y - 1 \geq 0 \\ y > 0 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x + y < 4 \\ x - y > x^2 - y^2 \end{cases}$

**Lời giải:**

Ta có:

+ )  $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x^2 - y < 0 \end{cases}$  không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì  $x^2 - y < 0$  không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

+ )  $\begin{cases} x + y + 3z \leq 1 \\ z \geq 1 \end{cases}$  không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì  $x + y + 3z \leq 1$  không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

+ )  $\begin{cases} x + y < 4 \\ x - y > x^2 - y^2 \end{cases}$  không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì  $x - y > x^2 - y^2$  không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

+ )  $\begin{cases} 12x - y - 1 \geq 0 \\ y > 0 \end{cases}$  là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

**Chọn đáp án C.**

**Dạng 2. Kiểm tra nghiệm của bất phương trình/  
hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn**

**Phương pháp giải:**

Thay giá trị của  $x_0, y_0$  vào bất phương trình/hệ bất phương trình, nếu thu được bất phương trình/hệ bất phương trình đúng (gọi là *nghiệm đúng*) thì  $(x_0; y_0)$  là nghiệm của bất phương trình/hệ bất phương trình.

**Ví dụ 1**

Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $5x - 2y > 9$ ?

A. (2; 0).

B. (1; -2).

C. (0; -6).

D. (4; -3).

**Lời giải:**



Thay các cặp số vào bất phương trình ta được:

+)  $5.1 - 2.(-2) > 9 \Leftrightarrow 9 > 9$  sai nên  $(1; -2)$  không phải là nghiệm của  $5x - 2y > 9$ .

+)  $5.2 - 2.0 > 9$ ;  $5.0 - 2.(-6) > 9$ ;  $5.4 - 2.(-3) > 9$  đúng nên  $(2; 0)$ ,  $(0; -6)$ ,  $(4; -3)$  là các nghiệm của  $5x - 2y > 9$ .

**Chọn đáp án B.**

**Ví dụ 2**

Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} y - 5x > 7 \\ 3x - 2y \leq 0 \end{cases}$  ?

**A.**  $(7; 0)$ .

**B.**  $(2; 3)$ .

**C.**  $(0; 0)$ .

**D.**  $(-3; -3)$ .

**Lời giải:**

Thay các cặp số vào hệ bất phương trình ta được:

+)  $\begin{cases} -3 - 5.(-3) > 7 \\ 3.(-3) - 2.(-3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 > 7 \\ -3 \leq 0 \end{cases}$  đúng nên  $(-3; -3)$  là nghiệm của  $\begin{cases} y - 5x > 7 \\ 3x - 2y \leq 0 \end{cases}$ .

+) Thay  $(7; 0)$ ,  $(2; 3)$ ,  $(0; 0)$  vào hệ bất phương trình ta thấy không thỏa mãn hệ bất phương trình

nên các cặp số này không phải là nghiệm của  $\begin{cases} y - 5x > 7 \\ 3x - 2y \leq 0 \end{cases}$ .

**Chọn đáp án D.**

### Dạng 3. Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

**Phương pháp giải:**

+ Đối với bất phương trình:

Xét bất phương trình  $ax + by \leq c$  (1)

Trong đó  $a$  và  $b$  là hai số không đồng thời bằng 0.

Bước 1. Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , vẽ đường thẳng  $(\Delta): ax + by = c$ .

Bước 2. Lấy một điểm  $M_0(x_0; y_0) \notin (\Delta)$  (ta thường lấy gốc tọa độ  $O$ ).

Bước 3. Tính  $ax_0 + by_0$  và so sánh  $ax_0 + by_0$  với  $c$ .

Bước 4. Kết luận

Nếu  $ax_0 + by_0 < c$  thì nửa mặt phẳng bờ  $(\Delta)$  (kể cả bờ) chứa  $M_0$  là miền nghiệm của  $ax + by \leq c$ .

Nếu  $ax_0 + by_0 > c$  thì nửa mặt phẳng bờ  $(\Delta)$  (kể cả bờ) không chứa  $M_0$  là miền nghiệm của  $ax + by \leq c$ .

+ Đối với hệ bất phương trình:

Xét hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} ax + by \leq c \\ a'x + b'y \leq c' \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng  $(\Delta): ax + by = c$  và  $(\Delta'): a'x + b'y = c'$ .

Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình và tìm giao của chúng ta được tập nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

**Ví dụ 1**

Xác định miền nghiệm của bất phương trình sau:  $3(x - y) + 1 > 2x + y$ .

**Lời giải:**

$$3(x - y) + 1 > 2x + y \Leftrightarrow x - 4y + 1 > 0 (*)$$

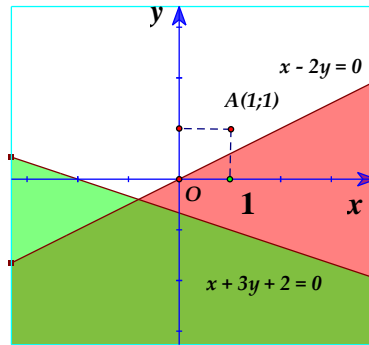
Ta thấy khi thay tọa độ điểm  $O(0;0)$  vào  $(*)$  thì được  $1 > 0$ .

Như vậy, miền nghiệm của BPT trên là: nửa mặt phẳng với bờ là đường thẳng  $x - 4y + 1 = 0$  (không chứa bờ) và chứa gốc tọa độ  $O(0;0)$ .

**Ví dụ 2**

Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình sau (bằng hình vẽ): 
$$\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$$

**Lời giải:**



**Ví dụ 3**

Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 5 \\ 0 \leq y \leq 10 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{5} \geq 1 \\ \frac{-x}{2} + \frac{y}{2} \geq 1 \end{cases}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $T = 2x - 2y + 3$  trên miền nghiệm của hệ bất phương trình trên biết rằng miền nghiệm đó là miền đa giác và  $T$  có giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của đa giác.

**Lời giải:**

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 5 \\ 0 \leq y \leq 10 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{5} \geq 1 \\ \frac{-x}{2} + \frac{y}{2} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 5 \\ 0 \leq y \leq 10 \\ 5x + 3y \geq 15 \\ -x + y \geq 2 \end{cases}$$

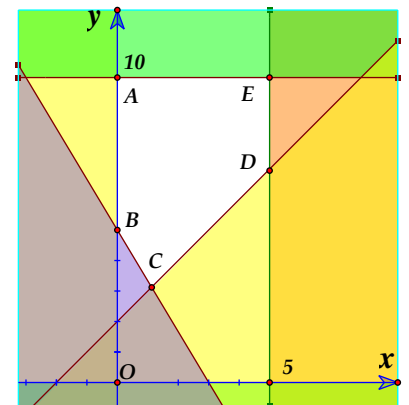
Miền nghiệm của hệ là toàn bộ ngũ giác (kể cả cạnh)  $ABCDE$  (phần không tô màu).

$$\min T = \min(2x - 2y + 3)$$

$$\text{Ta có: } A(0;10) \Rightarrow T = -17; B(0;5) \Rightarrow T = -7; C\left(\frac{9}{8}; \frac{25}{8}\right) \Rightarrow T = -1.$$

$$D(5;7) \Rightarrow T = -1; E(5;10) \Rightarrow T = -7.$$

Vậy  $\min T = -17$  khi  $x = 0; y = 10$ .



## Dạng 4. Ứng dụng vào thực tế

### **Phương pháp giải:**

- + Đọc đề bài, xác định các ẩn;
- + Viết bất phương trình/hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo các dữ kiện của đề bài;
- + Vẽ miền nghiệm trên mặt phẳng tọa độ;
- + Dựa vào hình vẽ và tính toán, thực hiện yêu cầu của đề bài.

**Chú ý:** Giá trị lớn nhất (hay nhỏ nhất) của biểu thức  $F(x; y) = ax + by$  với  $(x; y)$  là tọa độ đỉnh của đa giác miền nghiệm.

### **Ví dụ 1**

Một công ty trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hóa là một sản phẩm mới của công ty cần thuê xe để chở ít nhất 120 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe  $A$  và  $B$ . Trong đó xe loại  $A$  có 12 chiếc, xe loại  $B$  có 15 chiếc. Một chiếc xe loại  $A$  cho thuê với giá 4,2 triệu đồng, còn loại  $B$  là 3,5 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất? Biết rằng xe  $A$  chỉ chở tối đa 20 người và 0,75 tấn hàng; xe  $B$  chở tối đa 15 người và 1,5 tấn hàng.

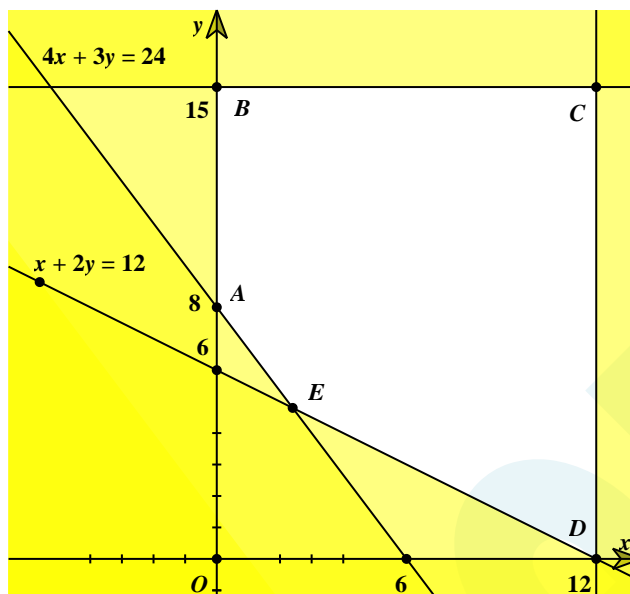
### **Lời giải:**

Gọi  $x, y$  lần lượt là số lượng xe loại  $A, B$  cần thuê ( $x, y \in \mathbb{N}$ ).

Theo giả thiết ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 20x + 15y \geq 120 \\ 0,75x + 1,5y \geq 9 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 15 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} 4x + 3y \geq 24 \\ x + 2y \geq 12 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 15 \end{cases}$$





Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền ngũ giác  $ABCDE$  (kể cả các cạnh) với  $A(0;8)$ ,  $B(0;15)$ ,  $C(12;15)$ ,  $D(12;0)$ ,  $E(2,4;4,8)$ .

Chi phí thuê xe là  $T = 4,2x + 3,5y$ .

Chi phí thuê xe là thấp nhất khi  $T$  đạt giá trị nhỏ nhất.

$$T(0;8) = 4,2 \cdot 0 + 3,5 \cdot 8 = 28;$$

$$T(0;15) = 4,2 \cdot 0 + 3,5 \cdot 15 = 52,5;$$

$$T(12;15) = 4,2 \cdot 12 + 3,5 \cdot 15 = 102,9;$$

$$T(12;0) = 4,2 \cdot 12 + 3,5 \cdot 0 = 50,4.$$

(Loại điểm  $E$  vì  $2,4 \notin \mathbb{N}; 2,8 \notin \mathbb{N}$ )

Vậy cần thuê 8 xe loại  $B$  thì chi phí phải trả là nhỏ nhất.

### Ví dụ 2

Một xí nghiệp sản xuất hai loại sản phẩm kí hiệu là I và II. Một tấn sản phẩm I lãi 3 triệu đồng, một tấn sản phẩm II lãi 2,4 triệu đồng. Muốn sản xuất 1 tấn sản phẩm I phải dùng máy  $M_1$  trong 4 giờ và máy  $M_2$  trong 2 giờ. Muốn sản xuất 1 tấn sản phẩm II phải dùng máy  $M_1$  trong 1,5 giờ và máy  $M_2$  trong 3,5 giờ. Biết rằng một máy có thể dùng để sản xuất đồng thời hai loại sản phẩm; máy  $M_1$  làm việc không quá 7 giờ một ngày và máy  $M_2$  làm việc không quá 6 giờ một ngày. Hãy đặt kế hoạch sản xuất trong ngày của xí nghiệp sao cho tổng số tiền lãi là lớn nhất.

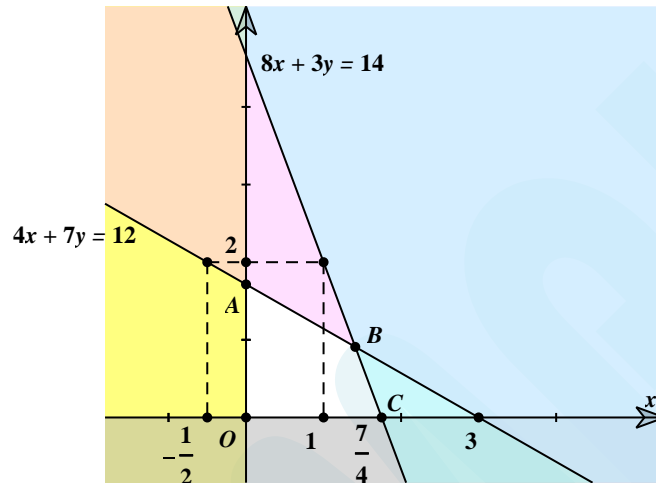
### Lời giải:

Giả sử xí nghiệp sản xuất một ngày được  $x$  tấn sản phẩm I và  $y$  tấn sản phẩm II ( $x \geq 0, y \geq 0$ ).

Mỗi ngày máy  $M_1$  làm việc  $4x + 1,5y$  giờ.

Mỗi ngày máy  $M_2$  làm việc  $2x + 3,5y$  giờ.

Theo giả thiết, ta có hệ bất phương trình sau: 
$$\begin{cases} 4x + 1,5y \leq 7 \\ 2x + 3,5y \leq 6 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 8x + 3y \leq 14 \\ 4x + 7y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}.$$



Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác  $OABC$  (kể cả các cạnh) với  $O(0;0)$ ,  $A\left(0; \frac{12}{7}\right)$ ,  $B\left(\frac{31}{22}; \frac{10}{11}\right)$ ,  $C\left(\frac{7}{4}; 0\right)$ .

Số tiền lãi của xí nghiệp trong một ngày là  $F = 3x + 2,4y$ .

Biểu thức  $F = 3x + 2,4y$  đạt giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác  $OABC$ .

$$F(0;0) = 3.0 + 2,4.0 = 0;$$

$$F\left(0; \frac{12}{7}\right) = 3.0 + 2,4 \cdot \frac{12}{7} = \frac{144}{35};$$

$$F\left(\frac{31}{22}; \frac{10}{11}\right) = 3 \cdot \frac{31}{22} + 2,4 \cdot \frac{10}{11} = \frac{141}{22};$$

$$F\left(\frac{7}{4}; 0\right) = 3 \cdot \frac{7}{4} + 2,4.0 = 5,25.$$

Vậy số tiền lãi lớn nhất là  $\frac{141}{22}$  triệu đồng khi xí nghiệp sản xuất  $\frac{31}{22}$  tấn sản phẩm I và  $\frac{10}{11}$  tấn sản phẩm II.

## Chương IV: Hệ thức lượng trong tam giác

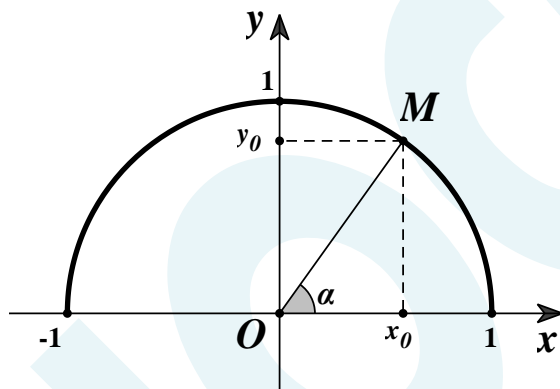
### A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

#### I. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ $0^\circ$ ĐẾN $180^\circ$

##### 1. Giá trị lượng giác của một góc

- Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , nửa đường tròn tâm  $O$  bán kính 1 được gọi là nửa đường tròn đơn vị.

Với mỗi góc  $\alpha$  ( $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ), ta xác định 1 điểm  $M(x_0; y_0)$  trên nửa đường tròn đơn vị sao cho  $\angle xOM = \alpha$ . Khi đó:



$$\sin \alpha = y_0;$$

$$\cos \alpha = x_0;$$

$$\tan \alpha = \frac{y_0}{x_0} \quad (x_0 \neq 0);$$

$$\cot \alpha = \frac{x_0}{y_0} \quad (y_0 \neq 0).$$

- Chú ý:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (\alpha \neq 90^\circ);$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad (0 < \alpha < 180^\circ);$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \quad (\alpha \notin \{0^\circ; 90^\circ; 180^\circ\}).$$

##### 2. Mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau, phụ nhau

+) Với  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ :

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha;$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha;$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha;$$

$$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha.$$

+) Với  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ :

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha;$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha;$$

$$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha \quad (\alpha \neq 90^\circ);$$

$$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha \quad (\alpha \notin \{0^\circ; 180^\circ\}).$$

## II. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

### 1. Định lí côsin

- Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$ . Khi đó:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A;$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B;$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Hệ quả:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc};$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac};$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

### 3. Định lí sin

- Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$  và  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Khi đó:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

- Hệ quả:

$$a = 2R \sin A;$$

$$b = 2R \sin B;$$

$$c = 2R \sin C.$$

### 4. Giải tam giác

Giải tam giác là tính các cạnh và các góc của tam giác dựa trên những dữ kiện cho trước.

### 5. Công thức tính diện tích tam giác

Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$ . Khi đó:

$$+) S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c \text{ với } h_a, h_b, h_c \text{ là các đường cao ứng với cạnh } a, b, c;$$

$$+) S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C;$$

$$+) S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ với } p = \frac{a+b+c}{2} \text{ (công thức Heron);}$$

$$+) S_{\Delta ABC} = pr \text{ với } r \text{ là bán kính đường tròn nội tiếp;}$$

+)  $S_{\Delta ABC} = \frac{abc}{4R}$  với  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp.

**Chú ý:** công thức tính độ dài đường trung tuyến ứng với các cạnh  $a, b, c$ :

$$m_a = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4};$$

$$m_b = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4};$$

$$m_c = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}.$$

## B MỘT SỐ DẠNG BÀI THƯỜNG GẶP

### Dạng 1. Tính toán

**Phương pháp giải:**

- Vẽ hình hoặc mô hình (nếu là bài toán thực tế).
- Xác định rõ các đại lượng đã biết, từ đó định hướng sử dụng định lí côsin hoặc định lí sin.
- Nếu là tính toán với lượng giác: chú ý các mối liên hệ về giá trị lượng giác của các góc phụ nhau, bù nhau.

**Ví dụ 1** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 12, BC = 8, B = 48^\circ$ . Độ lớn góc  $A$  gần với giá trị nào nhất sau đây?

- A.  $38^\circ$ .                      B.  $40^\circ$ .                      C.  $42^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Lời giải:**

Áp dụng định lí côsin cho  $\Delta ABC$  ta được:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos B = 12^2 + 8^2 - 2 \cdot 12 \cdot 8 \cdot \cos 48 \approx 79,5.$$

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} \approx \frac{12^2 + 79,5 - 8^2}{2 \cdot 12 \cdot \sqrt{79,5}} \approx 0,745 \Rightarrow A \approx 42^\circ.$$

Vậy  $A \approx 42^\circ$ .

**Chọn đáp án C.**

**Ví dụ 2**

Cho góc  $x$  thỏa mãn  $\sin x = \frac{1}{3}$  và  $90^\circ < x < 180^\circ$ . Tính giá trị của  $\cos x$ .

A.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**B.**  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $-\frac{2}{3}$ .

**Lời giải:**

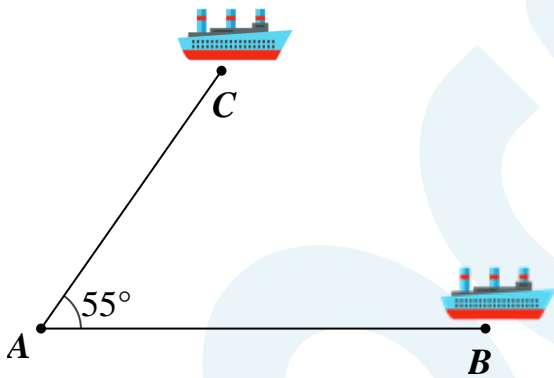
Do  $90^\circ < x < 180^\circ$  nên  $\sin x > 0$ ,  $\cos x < 0$ .

$$\Rightarrow \cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án B.

**Ví dụ 3**

Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc  $55^\circ$ . Tàu B chạy với vận tốc 25 hải lí một giờ. Tàu C chạy với vận tốc 20 hải lí một giờ. Sau 2 giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lí?



A. Khoảng 48,7 hải lí.

**B.** Khoảng 42,5 hải lí.

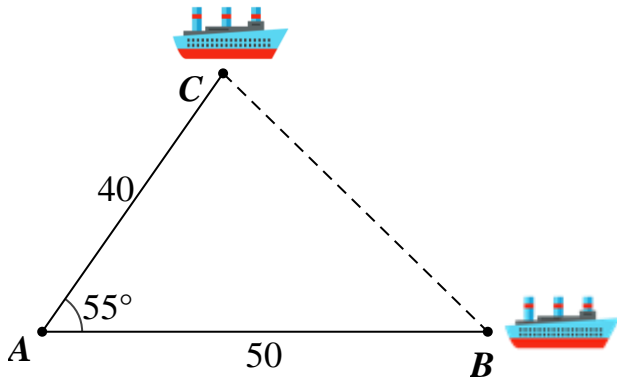
C. Khoảng 36 hải lí.

D. Khoảng 34,1 hải lí.

**Hướng dẫn giải**

Sau 2 giờ, tàu B đi được:  $25 \cdot 2 = 50$  (hải lí); tàu C đi được:  $20 \cdot 2 = 40$  (hải lí).

Vậy  $\triangle ABC$  có  $AB = 50$ ,  $AC = 40$ ,  $A = 55^\circ$ .



Áp dụng định lí côsin vào  $\Delta ABC$ , ta có:

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A} \\ &= \sqrt{50^2 + 40^2 - 2.50.40.\cos 55^\circ} \\ &\approx 42,5 \text{ (hải lí)} \end{aligned}$$

Vậy sau 2 giờ, hai tàu cách nhau khoảng 42,5 hải lí.

**Chọn đáp án B.**

## Dạng 2. Chứng minh các đẳng thức

### Phương pháp giải:

- + Ta xét hiệu hoặc biến đổi vế này thành vế kia.
- + Chú ý mối liên hệ giữa các góc, hoặc đổi sin – cos.

### Ví dụ

Chứng minh các đẳng thức sau:

a)  $\frac{\sin^2 x - \cos^2 x + \cos^4 x}{\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^4 x} = \tan^4 x$ ;

b)  $1 - \frac{\sin^2 x}{1 + \cot x} - \frac{\cos^2 x}{1 + \tan x} = \sin x \cos x$ ;

c)  $\sin^8 x + \cos^8 x + 2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 4(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2\sin^4 x \cos^4 x = -1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$ .

### Phân tích đề:

- Dạng toán: chứng minh đẳng thức lượng giác.
- Dấu hiệu nhận biết: chứng minh đẳng thức có chứa sin, cos, tan, cot.
- Phương pháp giải: sử dụng các tính chất về giá trị lượng giác và các hằng đẳng thức để biến đổi vế này về vế kia (thường là từ vế phức tạp về vế đơn giản hơn) hoặc biến đổi cả hai vế bằng một biểu thức trung gian.

Chú ý các tính chất sau:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1; \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}; \quad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}; \quad 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}; \quad \tan x \cot x = 1.$$

**Lời giải:**

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{\sin^2 x - \cos^2 x + \cos^4 x}{\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^4 x} \\ &= \frac{(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^4 x}{(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) + \sin^4 x} \\ &= \frac{\sin^4 x - \cos^4 x + \cos^4 x}{\cos^4 x - \sin^4 x + \sin^4 x} \\ &= \frac{\sin^4 x}{\cos^4 x} \end{aligned}$$

$$= \tan^4 x \text{ (đpcm).}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 1 - \frac{\sin^2 x}{1 + \cot x} - \frac{\cos^2 x}{1 + \tan x} \\ &= 1 - \frac{\sin^2 x}{1 + \frac{\cos x}{\sin x}} - \frac{\cos^2 x}{1 + \frac{\sin x}{\cos x}} \\ &= 1 - \frac{\sin^3 x}{\sin x + \cos x} - \frac{\cos^3 x}{\cos x + \sin x} \\ &= \frac{\sin x + \cos x - (\sin^3 x + \cos^3 x)}{\sin x + \cos x} \\ &= \frac{(\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x) - (\sin^3 x + \cos^3 x)}{\sin x + \cos x} \\ &= \frac{\sin^3 x + \cos^3 x + \sin^2 x \cos x + \sin x \cos^2 x - (\sin^3 x + \cos^3 x)}{\sin x + \cos x} \\ &= \frac{\sin x \cos x (\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} \end{aligned}$$

$$= \sin x \cos x \text{ (đpcm).}$$

$$\text{c) } \sin^8 x + \cos^8 x + 2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 4(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2\sin^4 x \cos^4 x$$



$$\begin{aligned}
 &= (\sin^4 x + \cos^4 x)^2 - 2\sin^4 x \cos^4 x + 2(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x) \\
 &- 4(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2\sin^4 x \cos^4 x \\
 &= (\sin^4 x + \cos^4 x)^2 + 2(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2\sin^2 x \cos^2 x - 4(\sin^4 x + \cos^4 x) - 4\sin^4 x \cos^4 x \\
 &= (\sin^4 x + \cos^4 x)^2 - 2(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2\sin^2 x \cos^2 x - 4\sin^4 x \cos^4 x \\
 &= \left[ \sin^4 x + \cos^4 x - (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 \right]^2 - 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x - 4\sin^4 x \cos^4 x \\
 &= (-2\sin^2 x \cos^2 x)^2 - 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x - 4\sin^4 x \cos^4 x \\
 &= -1 - 2\sin^2 x \cos^2 x \quad (\text{đpcm}).
 \end{aligned}$$

### Dạng 3. Giải tam giác

#### Phương pháp giải:

Nắm vững các định lý (sin, cos,...); các công thức liên quan đến độ dài đường trung tuyến; công thức tính diện tích tam giác,...

#### Ví dụ 1

Tam giác ABC có  $AB=4, BC=6, AC=2\sqrt{7}$ . Điểm M thuộc đoạn BC sao cho  $MC=2MB$ . Tính độ dài cạnh AM.

- A.  $AM=4\sqrt{2}$ .      B.  $AM=3$ .      C.  $AM=2\sqrt{3}$ .      D.  $AM=3\sqrt{2}$ .

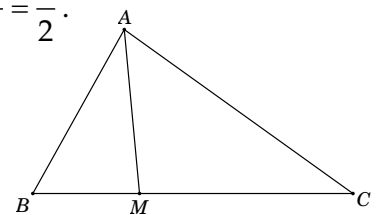
#### Lời giải:

Theo định lý hàm cosin, ta có:  $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{4^2 + 6^2 - (2\sqrt{7})^2}{2 \cdot 4 \cdot 6} = \frac{1}{2}$ .

Do  $MC=2MB \Rightarrow BM = \frac{1}{3}BC = 2$ .

Theo định lý hàm cosin, ta có

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2 \cdot AB \cdot BM \cdot \cos B = 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 12 \Rightarrow AM = 2\sqrt{3}$$



Chọn đáp án C.

#### Ví dụ 2

Cho góc  $xOy = 30^\circ$ . Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho  $AB=1$ . Độ dài lớn nhất của đoạn OB bằng.

- A.  $\frac{3}{2}$ .      B.  $\sqrt{3}$ .      C.  $2\sqrt{2}$ .      D. 2.

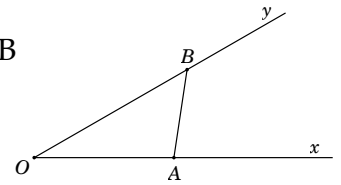
#### Lời giải:

Theo định lí hàm sin, ta có:

$$\frac{OB}{\sin OAB} = \frac{AB}{\sin AOB} \Leftrightarrow OB = \frac{AB}{\sin AOB} \cdot \sin OAB = \frac{1}{\sin 30^\circ} \cdot \sin OAB = 2 \sin OAB$$

Do đó, độ dài  $OB$  lớn nhất khi và chỉ khi  $\sin OAB = 1 \Leftrightarrow OAB = 90^\circ$ .

Khi đó  $OB = 2$ .



#### Dạng 4. Tính diện tích tam giác

**Phương pháp giải:**

Áp dụng các công thức tính diện tích tam giác phù hợp dựa theo dữ kiện đề bài cho.

##### Ví dụ 1

Cho  $\triangle ABC$  có  $BC = a = 10$ ,  $CA = b = 6$ ,  $AB = c = 8$ . Khi đó, diện tích  $S$  của  $\triangle ABC$  bằng bao nhiêu?

A.  $S_{\triangle ABC} = 12$ .

B.  $S_{\triangle ABC} = 48$ .

C.  $S_{\triangle ABC} = 24$ .

D.  $S_{\triangle ABC} = 40$ .

##### Hướng dẫn giải

+ Cách 1:

Xét  $\triangle ABC$  có

$$\begin{cases} AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \\ BC^2 = 10^2 = 100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$\triangle ABC$  là tam giác vuông tại  $A$  (định lí Pythagore đảo).

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24$ .

Vậy diện tích  $\triangle ABC$  là  $S_{\triangle ABC} = 24$ .

+ Cách 2:

Nửa chu vi của tam giác  $ABC$  là:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{8+6+10}{2} = 12.$$

Diện tích tam giác  $ABC$  là:

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)} = \sqrt{12 \cdot (12-10) \cdot (12-6) \cdot (12-8)} = 24.$$

Vậy diện tích  $\triangle ABC$  là  $S_{\triangle ABC} = 24$ .

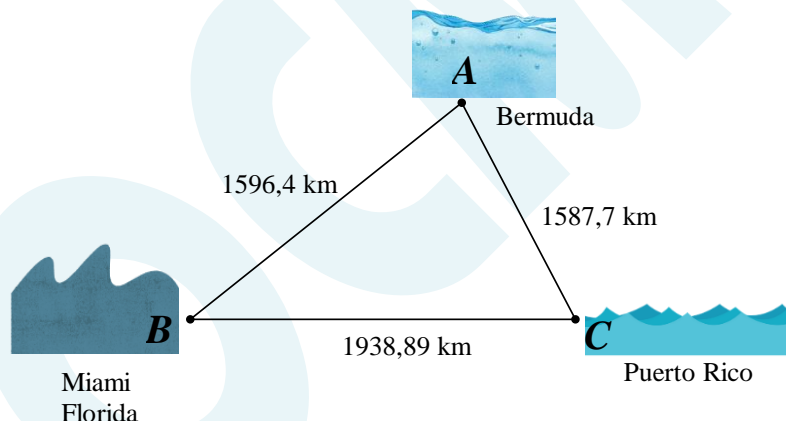
**Chọn đáp án C.**

**Ví dụ 2**

Tam giác Bermuda còn được biết đến là Tam giác quỷ - một khu vực không cố định nằm ở hướng tây của phía Bắc Đại Tây Dương và đã nổi tiếng nhờ vào nhiều vụ việc được coi là bí ẩn mà trong đó các tàu thủy, máy bay hay thủy thủ đoàn được cho là biến mất không có dấu tích khi đi vào khu vực này. Nó được xác định bởi phần diện tích tam giác có 3 đỉnh là các địa điểm Florida, Puerto Rico và Bermuda. Biết khoảng cách giữa Florida và Puerto Rico là 1938,89 km ; khoảng cách giữa Florida và Bermuda là 1596,4 km ; khoảng cách giữa Bermuda và Puerto Rico là 1587,7 km . Diện tích (tính theo ki – lô – mét vuông) của tam giác quỷ này gần với giá trị nào dưới đây nhất?

- A. 1223450.
- B. 1225430.
- C. 1224250.
- D. 1224350.

**Hướng dẫn giải**



Nửa chu vi của tam giác  $ABC$  là:

$$p = \frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{1596,4 + 1938,89 + 1587,7}{2} = 2561,495 \text{ km} .$$

Diện tích tam giác  $ABC$  là

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \sqrt{p \cdot p - BC \cdot p - AC \cdot p - AB} \\ &= \sqrt{2561,495 \cdot 2561,495 - 1596,4 \cdot 2561,495 - 1587,7 \cdot 2561,495 - 1938,89} \\ &= 1224254,929 \text{ km}^2 . \end{aligned}$$

**Chọn đáp án C.**